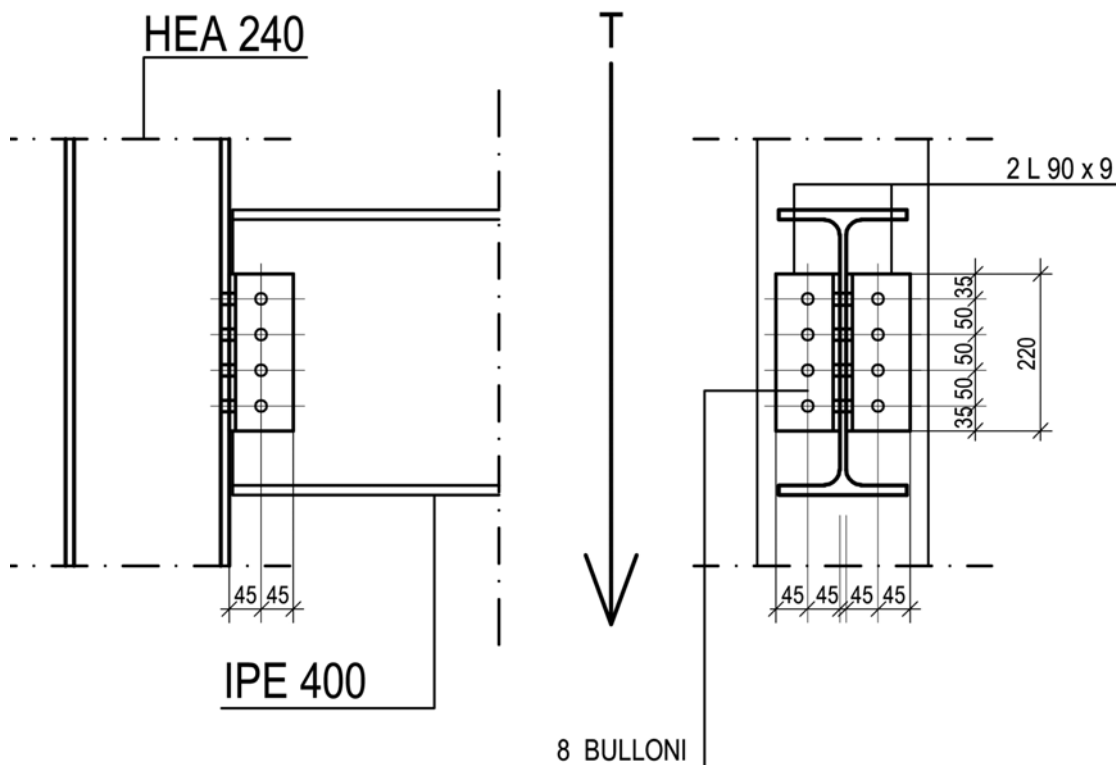


**Esercizio n° 1**

Sia data una colonna di acciaio HEA 240 alla quale è collegata, con un vincolo a cerniera, una trave IPE 400.

Il collegamento bullonato tra la trave e la colonna è realizzato con due squadrette ricavate da un profilo a lati uguali L 90 x 9. Il taglio di servizio è: **T = 135 KN.**

L'acciaio da carpenteria impiegato è del tipo Fe430 e i bulloni sono di classe 8.8.



Applicando il metodo agli Stati Limite oppure, in alternativa, quello delle Tensioni Ammissibili:

- 1.A Progettare i bulloni del collegamento, modificandone, se ritenuto opportuno, il numero indicato nel disegno;
- 1.B Verificare l'unione bullonata e le squadrette.

N.B.: Le sollecitazioni di progetto possono essere determinate a partire da quelle di servizio assumendo, in via approssimata, pari ad 1,5 il coefficiente parziale amplificatore dei carichi.

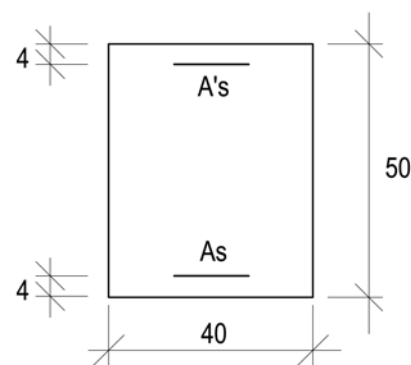
**Esercizio n° 2**

Sia data una sezione pressoinflessa di c.a. avente dimensioni 40 x 50 cm.

I materiali impiegati sono: calcestruzzo  $R_{ck}=30 \text{ N/mm}^2$ , acciaio tipo FeB44K. L'armatura, simmetrica, è costituita da 4+4  $\varnothing 20$ .

La sezione è sottoposta, in condizioni di servizio, ad uno sforzo normale  $N = 600 \text{ KN}$  ed  $M = 120 \text{ KNm}$ .

Le sollecitazioni di progetto possono essere determinate a partire da quelle di servizio assumendo, in via approssimata, pari ad 1,5 il coefficiente parziale amplificatore dei carichi.



Applicando il metodo agli Stati Limite:

- 2.A Eseguire la verifica di sicurezza.

**Esercizio n° 3**

E' data la sezione inflessa di c.a. di dimensioni  $B=30 \text{ cm}$ ,  $H=60 \text{ cm}$ , con semplice armatura ( $A_s=25 \text{ cm}^2$ ). I materiali impiegati sono: calcestruzzo  $R_{ck}=30 \text{ N/mm}^2$ , acciaio tipo FeB44K.

Utilizzando il metodo agli Stati Limite:

- 3.A Determinare il momento flettente massimo di progetto  $M_d$  che la sezione può sopportare;
- 3.B Valutare se la sezione è duttile o fragile.

**SVOLGIMENTO DELLA PROVA SCRITTA DI TECNICA DELLE COSTRUZIONI  
DEL 29/03/2007**

**Esercizio n° 1**

**Quesito 1.A (Metodo agli Stati Limite)**

Si utilizzano bulloni di classe 8.8. Il collegamento è realizzato mediante due angolari L 90 x 9. L'eccentricità tra l'ala della HEA 240 e l'asse della bullonatura sulla trave IPE 400 produce un momento equivalente a forze orizzontali sui bulloni. Tali forze sono massime in corrispondenza dei due bulloni estremi e valgono:

$$S = \frac{R \cdot e}{\sum y_i^2} y_{\max} = \frac{202.5 \cdot (6 + 45)}{(2 \cdot 25^2 + 2 \cdot 75^2)} 75 = 61.96 \text{ KN}$$

La forza verticale sul singolo bullone dovuta al taglio è:

$$V = \frac{R}{n_b} = \frac{202.5}{4} = 50.62 \text{ KN}$$

Il taglio sul singolo bullone è quindi:

$$F = \sqrt{S^2 + V^2} = \sqrt{61.96^2 + 50.62^2} = 80.015 \text{ KN}$$

**Progetto dei bulloni:**

Il diametro minimo dei bulloni per soddisfare la verifica a taglio è:

$$A \geq \frac{F}{2 \cdot f_{d,v}} = \frac{80015}{2 \cdot 396} = 101 \text{ mm}^2 \Rightarrow d \geq \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = 11.34 \text{ mm}$$

Il diametro minimo dei bulloni per soddisfare la verifica a rifollamento della IPE 400 (s = 8.6 mm) è:

$$d \geq \frac{F}{s \cdot 2.5 \cdot f_d} = \frac{80015}{8.6 \cdot 2.5 \cdot 275} = 13.53 \text{ mm} \quad (\text{ipotesi sulla } \sigma_{rif} : \sigma_{rif} = 2.5 f_d)$$

Si adottano 4 bulloni M 14.

Poiché il rapporto a/d relativo alla IPE 400 è maggiore di 2,5 l'ipotesi fatta è verificata.

E' inutile ripetere il progetto con riferimento al rifollamento della squadretta poiché essa ha spessore 9 mm ed il rapporto a/d=35/14=2.5.

### Quesito 1.B (Metodo agli Stati Limite)

Controllo interassi e distanze dai margini:

$$15t_{\min} \geq p \geq 3d; \quad p = 50 \text{ mm}; \Rightarrow 15 \cdot 8.6 = 129 \geq 50 \geq 3 \cdot 14 = 42;$$

$$6t_{\min} \geq a \geq 2d; \quad a = 35 \text{ mm}; \Rightarrow 6 \cdot 8.6 = 51.6 \geq 35 \geq 2 \cdot 14 = 28;$$

$$6t_{\min} \geq a_1 \geq 1.5d; \quad a_1 = 45 \text{ mm}; \Rightarrow 6 \cdot 8.6 = 51.6 \geq 45 \geq 1.5 \cdot 14 = 28 \quad \text{bordo non irrigidito}$$

$$9t_{\min} \geq a_1 \geq 1.5d; \quad a_1 = 36 \text{ mm}; \Rightarrow 9 \cdot 8.6 = 77.4 \geq 36 \geq 1.5 \cdot 14 = 28 \quad \text{bordo irrigidito}$$

Verifica a taglio del bullone più sollecitato:

$$\tau = \frac{F}{2 \cdot A_b} = \frac{80015}{2 \cdot 153} = 261.5 \text{ N/mm}^2 < f_{d,v} = 396 \text{ N/mm}^2$$

Verifica a rifollamento della IPE 400:

$$\sigma_{rif} = \frac{F}{s \cdot d} = \frac{80015}{8.6 \cdot 14} = 664.5 \text{ N/mm}^2 < 2.5 \cdot f_d = 687.5 \text{ N/mm}^2$$

La verifica a rifollamento delle squadrette è superflua una volta effettuata la verifica a rifollamento dell'anima della IPE 400 ( $8.6 \text{ mm} < 2 \times 9 \text{ mm} = 18 \text{ mm}$ ).

La verifica dei bulloni che collegano le squadrette alla HEA 240 è superflua: infatti il taglio sul singolo bullone è lo stesso (il numero dei bulloni è doppio ma con una singola superficie di rottura del bullone); la forza S dovuta all'eccentricità del taglio è minore essendo l'eccentricità minore (spessore anima IPE 400 < spessore ala HEA 240).

Verifica della sezione forata delle squadrette:

$$A_{netta} = 2 \cdot (220 \cdot 9 - 4 \cdot 9 \cdot 15) = 2880 \text{ mm}^2$$

$$I_{netta} = 2 \cdot \left( \frac{9 \cdot 220^3}{12} - 2 \cdot 9 \cdot 15 \cdot 25^2 - 2 \cdot 9 \cdot 15 \cdot 75^2 \right) = 12597000 \text{ mm}^4$$

$$\sigma = \frac{R \cdot e}{I_{netta}} \cdot \frac{H}{2} = \frac{202.5 \cdot 10^3 \cdot (6 + 45) \cdot 220}{12597000 \cdot 2} = 90.2 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau = \frac{R}{A_{netta}} = \frac{202.5 \cdot 10^3}{2880} = 70.3 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sqrt{90.2^2 + 3 \cdot 70.3^2} = 151.5 \text{ N/mm}^2 < f_d = 275 \text{ N/mm}^2$$

### Quesito 1.A (Metodo delle Tensioni Ammissibili)

Si utilizzano bulloni di classe 8.8. Il collegamento è realizzato mediante due angolari L 90 x 9. L'eccentricità tra l'ala della HEA 240 e l'asse della bullonatura sulla IPE 400 produce un momento equivalente a forze orizzontali sui bulloni. Tali forze sono massime in corrispondenza dei due bulloni estremi e valgono:

$$S = \frac{R \cdot e}{\sum y_i^2} y_{\max} = \frac{135 \cdot (6 + 45)}{(2 \cdot 25^2 + 2 \cdot 75^2)} 75 = 41.31 \text{ KN}$$

La forza verticale sul singolo bullone dovuta al taglio è:

$$V = \frac{R}{n_b} = \frac{135}{4} = 33.75 \text{ KN}$$

Il taglio sul singolo bullone è quindi:

$$F = \sqrt{S^2 + V^2} = \sqrt{41.31^2 + 33.75^2} = 53.344 \text{ KN}$$

#### Progetto dei bulloni:

Il diametro minimo dei bulloni per soddisfare la verifica a taglio è:

$$A \geq \frac{F}{2 \cdot \tau_{b,adm}} = \frac{53344}{2 \cdot 264} = 101.0 \text{ mm}^2 \Rightarrow d \geq \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = 11.34 \text{ mm}$$

Il diametro minimo dei bulloni per soddisfare la verifica a rifollamento della IPE 400 (s = 8.6 mm) è:

$$d \geq \frac{F}{s \cdot 2.5 \cdot \sigma_{adm}} = \frac{53344}{8.6 \cdot 2.5 \cdot 190} = 13.05 \text{ mm} \quad (\text{ipotesi sulla } \sigma_{rif} : \sigma_{rif} = 2.5 \sigma_{adm})$$

Si adottano 4 bulloni M 14.

Poiché il rapporto a/d relativo alla IPE 400 è maggiore di 2,5 l'ipotesi fatta è verificata.

E' inutile ripetere il progetto con riferimento al rifollamento della squadretta poiché essa ha spessore 9 mm ed il rapporto a/d=35/14=2.5.

### Quesito 1.B (Metodo delle Tensioni Ammissibili)

Controllo interasse e distanze dai margini:

$$\begin{aligned}15t_{\min} \geq p \geq 3d; \quad p = 50 \text{ mm}; \quad \Rightarrow \quad 15 \cdot 8.6 = 129 \geq 50 \geq 3 \cdot 14 = 42; \\6t_{\min} \geq a \geq 2d; \quad a = 35 \text{ mm}; \quad \Rightarrow \quad 6 \cdot 8.6 = 51.6 \geq 35 \geq 2 \cdot 14 = 28; \\6t_{\min} \geq a_1 \geq 1.5d; \quad a_1 = 45 \text{ mm}; \quad \Rightarrow \quad 6 \cdot 8.6 = 51.6 \geq 45 \geq 1.5 \cdot 14 = 28 \quad \text{bordo non irrigidito} \\9t_{\min} \geq a_1 \geq 1.5d; \quad a_1 = 36 \text{ mm}; \quad \Rightarrow \quad 9 \cdot 8.6 = 77.4 \geq 36 \geq 1.5 \cdot 14 = 28 \quad \text{bordo irrigidito}\end{aligned}$$

Verifica a taglio del bullone più sollecitato:

$$\tau = \frac{F}{2 \cdot A_b} = \frac{53344}{2 \cdot 153} = 174.3 \text{ N/mm}^2 < \tau_{b,adm} = 264 \text{ N/mm}^2$$

Verifica a rifollamento della IPE 400:

$$\sigma_{rif} = \frac{F}{s \cdot d} = \frac{53344}{8.6 \cdot 14} = 443.0 \text{ N/mm}^2 < 2.5 \cdot \sigma_{adm} = 475 \text{ N/mm}^2$$

La verifica a rifollamento delle squadrette è superflua una volta effettuata la verifica a rifollamento dell'anima della IPE 400 ( $8.6 \text{ mm} < 2 \times 9 \text{ mm} = 18 \text{ mm}$ ).

La verifica dei bulloni che collegano le squadrette alla HEA 240 è superflua: infatti il taglio sul singolo bullone è lo stesso (il numero dei bulloni è doppio ma con una singola superficie di rottura del bullone); la forza S dovuta all'eccentricità del taglio è minore essendo l'eccentricità minore (spessore anima IPE 400 < spessore ala HEA 240).

Verifica della sezione forata delle squadrette:

$$A_{netta} = 2 \cdot (220 \cdot 9 - 4 \cdot 9 \cdot 15) = 2880 \text{ mm}^2$$

$$I_{netta} = 2 \cdot \left( \frac{9 \cdot 220^3}{12} - 2 \cdot 9 \cdot 15 \cdot 25^2 - 2 \cdot 9 \cdot 15 \cdot 75^2 \right) = 12597000 \text{ mm}^4$$

$$\sigma = \frac{R \cdot e}{I_{netta}} \cdot \frac{H}{2} = \frac{135 \cdot 10^3 \cdot (6 + 45) \cdot 220}{12597000 \cdot 2} = 60.1 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau = \frac{R}{A_{netta}} = \frac{135 \cdot 10^3}{2880} = 46.8 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sqrt{60.1^2 + 3 \cdot 46.8^2} = 100.9 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{adm} = 190 \text{ N/mm}^2$$

## Esercizio n° 2

Le sollecitazioni di progetto sono:

$$N = 600 \cdot 1.5 = 900 \text{ kN}; \quad M = 120 \cdot 1.5 = 180 \text{ kNm}$$

Lo svolgimento dell'esercizio è basato sulla costruzione del dominio di interazione.

Punto 1 – Compressione semplice

$$N = f_{yd} \cdot (A_s + A'_s) + 0.85 f_{cd} \cdot A_c = \frac{430}{1.15} (1256 + 1256) + \frac{0.85 \cdot 0.83 \cdot 30}{1.6} 500 \cdot 400 = 3584.9 \text{ kN}$$

$$N = f_{yd} \cdot (A_s + A'_s) + \frac{0.85 \cdot f_{cd}}{1.25} \cdot A_c = \frac{430}{1.15} (1256 + 1256) + \frac{0.85 \cdot 0.83 \cdot 30}{1.6 \cdot 1.25} 500 \cdot 400 = 3055.7 \text{ kN}$$

Punto 2 – Rottura bilanciata

$$\varepsilon_c = 0.0035, \quad \varepsilon_{yd} = \frac{f_{yk}}{1.15 \cdot E} = \frac{430}{1.15 \cdot 206000} = 0.001815$$

La posizione dell'asse neutro è:

$$y_{AN} = \frac{0.0035}{0.0035 + 0.001815} 460 = 302.9 \text{ mm}$$

L'acciaio compresso risulta snervato. Infatti:

$$\varepsilon'_s = 0.0035 \frac{302.9 - 40}{302.9} = 0.003037 > \varepsilon_{yd}$$

La risultante delle tensioni di compressione nel calcestruzzo vale:

$$C = 0.81 \cdot 0.85 \cdot \frac{0.83 \cdot 30}{1.6} \cdot 400 \cdot 302.9 = 1298.2 \text{ kN}$$

$$C' = \frac{430}{1.15} 1256 = 469.6 \text{ kN}$$

$$T = \frac{430}{1.15} 1256 = 469.6 \text{ kN}$$

Poiché l'armatura è simmetrica ed entrambe le armature sono snervate, il loro contributo allo sforzo normale si annulla:

$$N = C + C' - T = 1298.2 \text{ kN}$$

Il momento ultimo in condizioni bilanciate risulta quindi:

$$\begin{aligned} M &= C \left( \frac{H}{2} - 0.416y \right) + C' \left( \frac{H}{2} - 0.04 \right) + T \left( \frac{H}{2} - 0.04 \right) = \\ &= 1298.2 \cdot \left( \frac{0.5}{2} - 0.416 \cdot 0.302 \right) + 469.6 \cdot \left( \frac{0.5}{2} - 0.04 \right) + 469.6 \cdot \left( \frac{0.5}{2} - 0.04 \right) = 358.7 \text{ kNm} \end{aligned}$$

### Punto 3 – Flessione semplice

Ipotizzando una deformazione limite del calcestruzzo compresso pari al 1.9‰ ed utilizzando le tabelle che esprimono il coefficiente di riempimento per la tensione di compressione sul calcestruzzo, si ha:

$$0.65 \cdot 0.85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot y^2 + 0.0019(y - 40)E_s A'_s - yA_s f_{yd} = 0$$

Sostituendo i valori noti e risolvendo l'equazione rispetto ad  $y$  si ottiene  $y = 73 \text{ mm}$

$$\varepsilon_c = \frac{0.01 \cdot 73}{460 - 73} = 0.00188 \cong 0.0019$$

$$\varepsilon'_s = 0.0019 \frac{73 - 40}{73} = 0.00085 < \varepsilon_{yd} = 0.001815$$

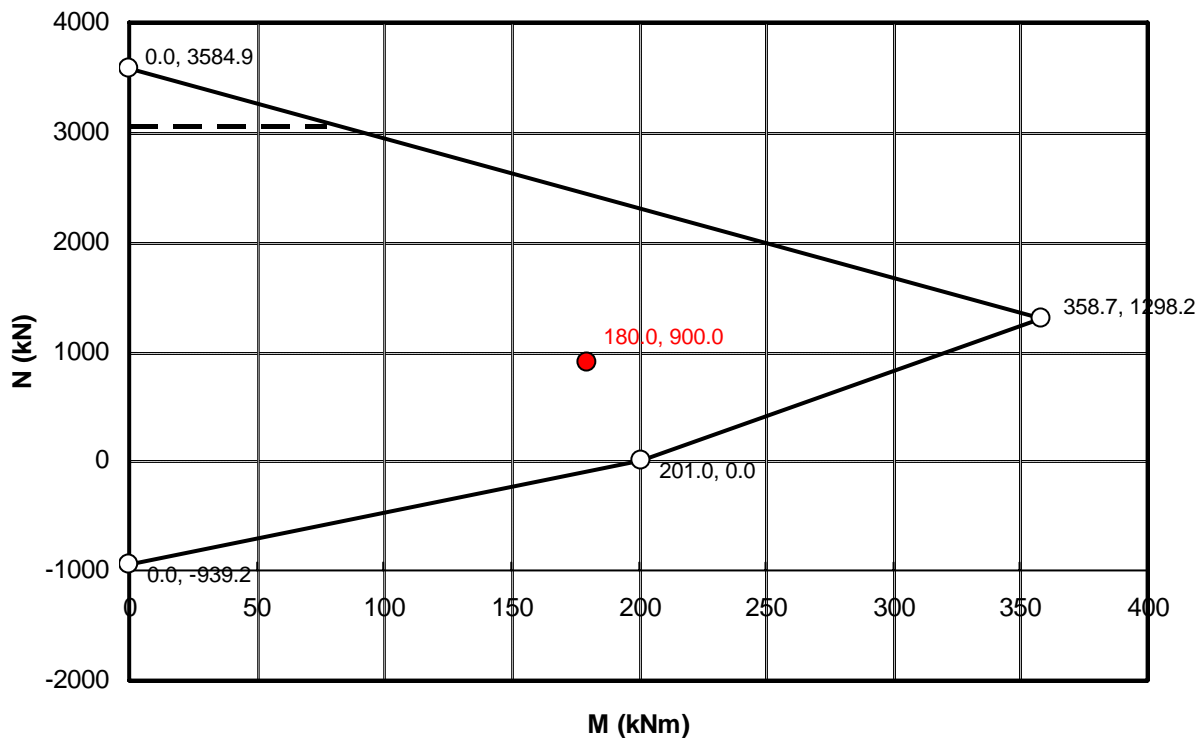
$$z = 460 - 0.372 \cdot 73 = 432.8 \text{ mm}$$

Il momento resistente è:

$$\begin{aligned} M &= \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot y \cdot z + \varepsilon'_s \cdot A'_s \cdot E_s \cdot (h - 40) = \\ &= 0.65 \cdot 13.22 \cdot 400 \cdot 73 \cdot 432.8 + 0.00085 \cdot 1256 \cdot 206000 \cdot (460 - 40) = 200.96 \text{ kNm} \end{aligned}$$

### Quesito 2.A

Si verifica che il punto corrispondente alle sollecitazioni di calcolo sia interno al dominio di interazione N-M. La verifica è soddisfatta.



### Esercizio n° 3

#### Quesito 3.A

Si ipotizza la deformazione marginale del calcestruzzo pari al 3.5 ‰ e la deformazione marginale dell'acciaio maggiore di  $\frac{f_{yd}}{E_s} = 1.81 \cdot 10^{-3}$ .

La posizione dell'asse neutro è quindi definita dall'equilibrio:

$$C - T = 0$$

$$0.81 \cdot \frac{0.83 \cdot 0.85 \cdot R_{ck}}{1.6} \cdot B \cdot y - A_s \cdot f_{yd} = 0$$

$$0.81 \cdot \frac{0.83 \cdot 0.85 \cdot 30}{1.6} \cdot 300 \cdot y - 2500 \cdot \frac{430}{1.15} = 0 \Rightarrow y = 290.8 \text{ mm}$$

Si controlla la deformazione marginale dell'acciaio:

$$\varepsilon_c : y = \varepsilon_s \cdot (h - y) \Rightarrow \varepsilon_s = \varepsilon_c \frac{h - y}{y} = 0.0035 \frac{560 - 290.8}{290.8} = 0.00324 > 0.00181$$

Calcolo del momento resistente ultimo della sezione:

$$\begin{aligned} M_d &= C \cdot (y - d_G) + T \cdot (h - y) = \\ &= 0.81 \cdot \frac{0.83 \cdot 0.85 \cdot 30}{1.6} \cdot 300 \cdot 290.8 \cdot (290.8 - 0.416 \cdot 290.8) + 2500 \cdot \frac{430}{1.15} \cdot (560 - 290.8) = \\ &= 410 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

#### Quesito 3.B

Si determina la posizione dell'asse neutro in condizione di rottura bilanciata:

$$k_{bil} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{s,bil}} = \frac{0.0035}{0.0035 + 0.00181} = 0.659$$

$$y_{bil} = k_{bil} \cdot h = 0.659 \cdot 560 = 369 \text{ mm}$$

Si determina il quantitativo di armatura che corrisponde alla condizione di rottura bilanciata:

$$A_{s,bil} = \frac{\alpha \cdot 0.85 f_{cd} \cdot y_{bil} \cdot b}{f_{sd}} = \frac{0.81 \cdot 0.85 \cdot 0.83 \cdot 30 \cdot 369 \cdot 300}{374 \cdot 1.6} = 3171 \text{ mm}^2$$

Poiché  $A_s < A_{s,bil}$  la rottura della sezione è di tipo duttile.