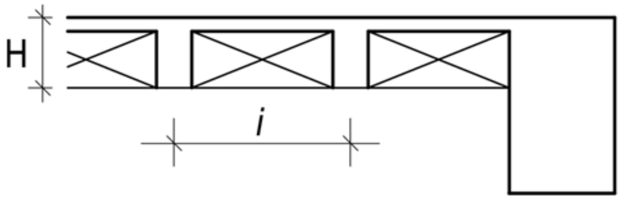
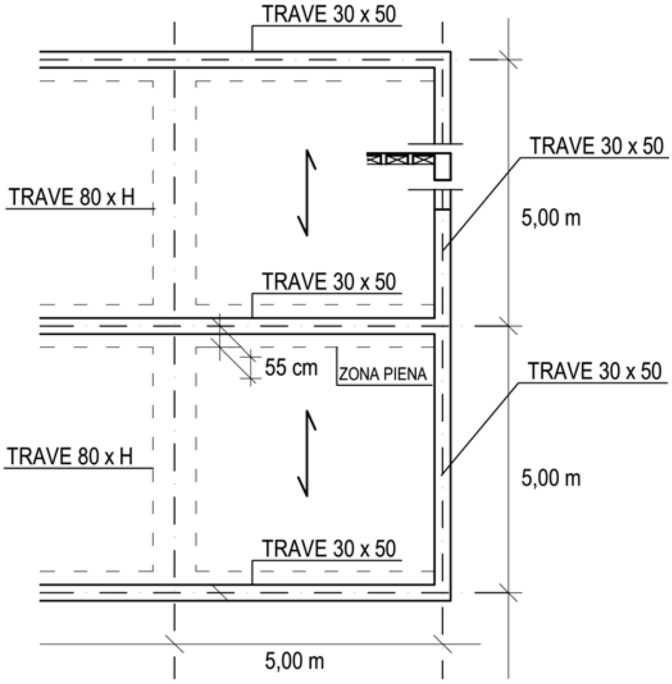
PROVA SCRITTA DI TECNICA DELLE COSTRUZIONI DEL 14/12/2006

Esercizio n° 1

Sia dato il solaio in latero-cemento gettato in opera rappresentato in figura, di luce l = 5,00 m. La zona piena del solaio si estende per 55 cm dall'asse delle travi.





Il sovraccarico accidentale di servizio, uniformemente distribuito, è $\mathbf{q}$ = 2.0 KN/m^2, al quale va aggiunto il peso proprio $\mathbf{g_1}$ del calcestruzzo, il peso proprio $\mathbf{g_2}$ dei laterizi di alleggerimento ed il sovraccarico permanente $\mathbf{g_3}$ = 2,0 KN/ m^2.

Assumere forfetariamente il peso dei laterizi pari a 0,80 KN/ m^2.

I materiali da impiegare sono:

calcestruzzo: Rck=35 N/mm^2 ; acciaio: FeB44K.

Applicando, a scelta del candidato, il metodo agli Stati Limite, oppure quello delle Tensioni Ammissibili:

1.A Rispettando le prescrizioni specifiche delle Norme Italiane, dimensionare l'altezza H del solaio, l'interasse *i* e la larghezza dei travetti, lo spessore della soletta;

1.B Progettare l'armatura longitudinale in mezzeria e sull'appoggio intermedio;

1.C Eseguire le verifiche di sicurezza a taglio;

1.D Disegnare l'andamento delle armature di un travetto.

N.B.: Tutto l'esercizio, composto di 4 domande, va svolto utilizzando lo stesso metodo di calcolo (T.A o S.L.).

Esercizio n° 2

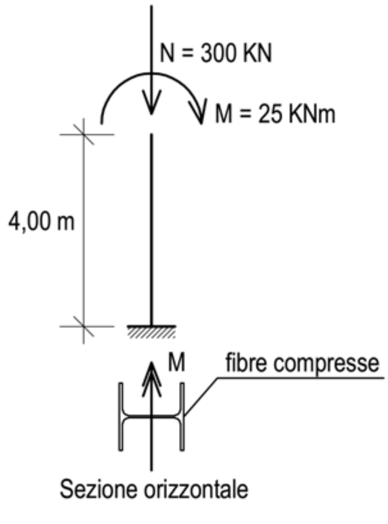
Sia data una colonna di acciaio alta 4,00 m, incastrata al piede e libera di spostarsi orizzontalmente in testa.

Essa è realizzata in acciaio tipo Fe510.

Il carico verticale di servizio ad essa applicato vale N = 300 KN ed M=25 KNm. Il momento flettente agisce secondo la direzione di maggior resistenza della sezione.

Come coefficiente parziale di sicurezza del carico utilizzare γ = 1,5.

Applicando, a scelta del candidato, il metodo agli Stati Limite oppure quello delle Tensioni Ammissibili:



2.A Dimensionare il profilo a doppio T della colonna.

PROVA SCRITTA DI TECNICA DELLE COSTRUZIONI I E II DEL 14/12/2006

SOLUZIONE DELL'ESERCIZIO N. 1 – STATI LIMITE

Quesito 1.A

L'altezza del solaio si assume $H = \frac{l}{25} = \frac{500}{25} = 20\,\text{cm}$. Il solaio avrà quindi travetti di altezza 16 cm e una soletta di spessore *s* = 4 cm. Per la larghezza dei travetti si assume *b* = 10 cm. L'interasse tra due travetti contigui sarà *i* = 50 cm.

Quesito 1.B

Il peso proprio del calcestruzzo a metro quadro (soletta + travetti) è:

$$g_1 = 25 \cdot 0.04 + 25 \cdot 2 \cdot 0.10 \cdot 0.16 = 1.8\ \text{KN/m}^2 .$$

La somma dei carichi permanenti è: $g = g_1 + g_2 + g_3 = 1.8 + 0.8 + 2.0 = 4.6\,\text{KN/m}^2$.
Lo schema statico per il calcolo delle sollecitazioni è quello di trave continua su tre appoggi.

La condizione di carico che massimizza il momento flettente in mezzeria della campata è quella in cui il carico permanente è uniformemente distribuito su entrambe le campate e il carico accidentale è uniformemente distribuito su una sola campata:

$$M^{+}_{max} = \frac{1}{14.3} 0.5 \cdot 1.4 g l^2 + \frac{1}{10.4} 0.5 \cdot 1.5 q l^2 = \frac{1}{14.3} 1.4 \cdot 0.5 \cdot 4.6 \cdot 5^2 + \frac{1}{10.4} 1.5 \cdot 0.5 \cdot 2.0 \cdot 5^2 = 9.235\,\text{KN m} .$$

Occorre precisare, tuttavia, che i momenti massimi positivi delle due distribuzioni di carico (uniforme sulle due campate e uniforme su di una sola campata) non si verificano alla stessa ascissa (sezione) e quindi il calcolo precedente è solo una approssimazione, in favore di sicurezza, della massima sollecitazione flettente.
Inoltre, la rigorosa applicazione del metodo agli stati limite richiederebbe l'applicazione di un coefficiente parziale di sicurezza sui carichi permanenti della campata non caricata dagli accidentali pari a 1, per massimizzare il momento massimo positivo sull'altra campata.

Invece, la condizione di carico che massimizza il momento flettente all'appoggio intermedio è quella in cui sia il carico permanente che il carico accidentale sono uniformemente distribuiti su entrambe le campate.
Sull'appoggio intermedio si ha:

$$M^{-}_{min,1} = -\frac{1}{8} 0.5 \cdot (1.4g + 1.5q) l^2 = -\frac{1}{8} 0.5 \cdot 9.44 \cdot 5.00^2 = -14.750\,\text{KN m} .$$

Il massimo momento flettente negativo in corrispondenza dell'inizio della zona piena è:

$$M^{-}_{max,2} = 0.375 \cdot 0.5 \cdot (1.4g + 1.5q) l x - \frac{1}{2} \cdot 0.5 \cdot (1.4g + 1.5q) x^2 = 0.375 \cdot 4.72 \cdot 5 \cdot 4.45 - \frac{1}{2} 4.72 \cdot 4.45^2 =$$
$$= -7.351\,\text{KN m}$$

Armatura longitudinale in mezzeria:

Si ipotizza preliminarmente che l'asse neutro tagli la soletta. Si ha, allora:

$$\alpha = \frac{h}{\sqrt{M/B}} = \frac{170}{\sqrt{9.235 \cdot 10^6 / 500}} = 1.250 .$$

Dalle tabelle per il calcolo delle sezioni inflesse in c.a., si evince che α è compreso tra i valori $\alpha_{sup} = 1.329$ e $\alpha_{inf} = 1.108$, corrispondenti al campo di rottura 2A.

Dalle tabelle si evince inoltre che la distanza dell'asse neutro dal lembo compresso della sezione è compresa tra $y = kh = 0.091 \cdot 170 = 15.47\,\text{mm}$ e $y = 0.111 \cdot 170 = 18.87\,\text{mm}$. L'asse neutro risulta quindi interno alla soletta e l'ipotesi fatta per la determinazione di α è verificata.

Il coefficiente β viene ottenuto interpolando linearmente tra i valori $\beta_{inf} = 0.002078$ e $\beta_{sup} = 0.002514$. Si ricava $\beta = 0.002358$. L'area di acciaio è:

$$A_s = \beta\sqrt{M \cdot B} = 0.00238\sqrt{9.235 \cdot 10^6 \cdot 500} = 162\,\text{mm}^2 .$$

Si dispongono 2 Φ 12.

Armatura longitudinale sull'appoggio intermedio:

$$\alpha = \frac{h}{\sqrt{M/B}} = \frac{170}{\sqrt{14.750 \cdot 10^6 / 500}} = 0.990 .$$

$\beta = 0.002700\ \ \text{m}^2$.

L'area minima di acciaio è:

$A_s = \beta\sqrt{M \cdot B} = 0.002700\sqrt{14.750 \cdot 10^6 \cdot 500} = 231\,\text{mm}^2$. Si dispongono 2 Φ 14.

Armatura longitudinale all'appoggio intermedio (all'inizio della zona piena):

$$\alpha = \frac{h}{\sqrt{M/B}} = \frac{170}{\sqrt{7.351 \cdot 10^6 / 100}} = 0.627 .$$

Dalle tabelle per il calcolo delle sezioni inflesse in c.a., si evince che α è compreso tra i valori $\alpha_{sup} = 0.631$ e , $\alpha_{inf} = 0.608$ corrispondenti al campo di rottura 2B.

Dalle tabelle si evince inoltre che la distanza dell'asse neutro dal lembo compresso della sezione è $y = kh = 0.233 \cdot 170 = 39.61\,\text{mm}$.

Il coefficiente β viene ottenuto interpolando linearmente tra i valori $\beta_{inf} = 0.004675$ e $\beta_{sup} = 0.004892$. Si ha $\beta = 0.0047127$. L'area minima di acciaio è:

$A_s = \beta\sqrt{M \cdot B} = 0.0047127\sqrt{7.351 \cdot 10^6 \cdot 100} = 127\,\text{mm}^2$. Si dispongono 2 Φ 14.

Quesito 1.C

Il taglio massimo in corrispondenza della sezione di inizio zona piena (0.55 m) si otterrebbe non caricando con i carichi accidentali la porzione di trave che va dalla sezione in analisi a quella di appoggio centrale ed applicando ai carichi permanenti presenti sulla stessa zona un coefficiente parziale di sicurezza pari a 1. Tuttavia, si ritiene soddisfacente un'approssimazione dello sforzo di taglio conseguente ad una combinazione di carico con carichi permanenti e accidentali agenti su entrambe le campate:

$$T = 0.375 \cdot (1.4g + 1.5q)l - (1.4g + 1.5q)x = 0.375 \cdot 4.72 \cdot 5 - 4.72 \cdot 4.45 = -12.15\,\mathrm{KN}\,.$$

Occorre verificare che sia:

$$V_{Sdu} = 0.25 \times f_{ctd} \times r \times \left(1 + 50\rho_l\right) \times b_w \times d \times \delta$$

in cui:

$$f_{ctd} = \frac{0.7 \times f_{ctm}}{1.6} = \frac{0.7}{1.6} \times 0.27 \times \sqrt[3]{R_{ck}{}^2} = \frac{0.7}{1.6} \times 0.27 \times \sqrt[3]{35^2} = 1.26\ \mathrm{N/mm^2}\,;$$

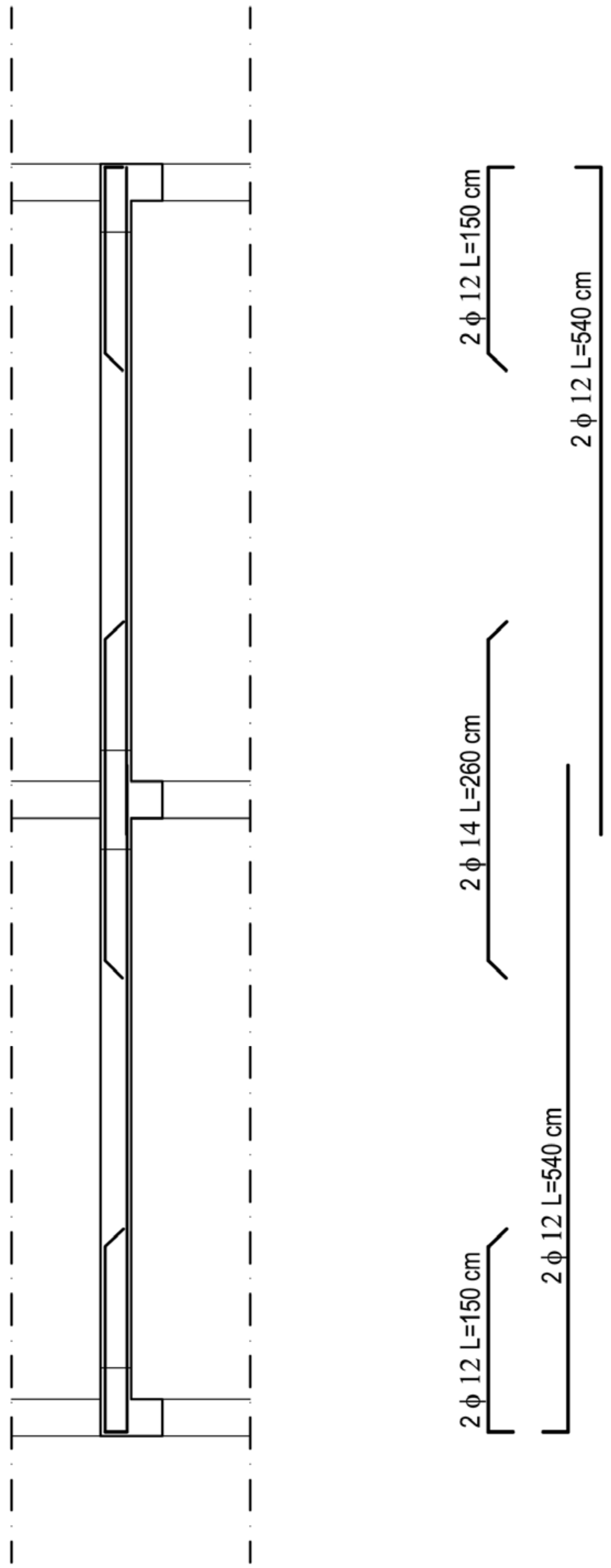
$$r = 1.6\text{-}d = 1.6\text{-}0.17 = 1.43\,;$$

$$\rho_l = \frac{A_s}{A_c} = \frac{308}{100 \times 170} = 0.0181 < 0.02;$$

$$\delta = 1\,.$$

$V_{Sdu} = 12.15\,\mathrm{KN} < 0.25 \times 1.26 \times 1.43 \times \left(1 + 50 \times 0.0181\right) \times 100 \times 170 \times 1 = 14.59\ \mathrm{kN}$ Verifica soddisfatta.

Quesito 1.D



2 ϕ 12 L=150 cm
2 ϕ 12 L=540 cm
2 ϕ 14 L=260 cm
2 ϕ 12 L=540 cm
2 ϕ 12 L=150 cm

SOLUZIONE DELL'ESERCIZIO N. 1 – TENSIONI AMMISSIBILI

Quesito 1.A

L'altezza del solaio si assume $H = \frac{l}{25} = \frac{500}{25} = 20\,\text{cm}$. Il solaio avrà quindi travetti di altezza 16 cm e una soletta di spessore *s* = 4 cm. Per la larghezza dei travetti si assume *b* = 10 cm. L'interasse tra due travetti contigui sarà *i* = 50 cm.

Quesito 1.B

Il peso proprio del calcestruzzo a metro quadro (soletta + travetti) è:
$g_1 = 25 \cdot 0.04 + 25 \cdot 2 \cdot 0.10 \cdot 0.16 = 1.8\ \text{KN/m}^2$.

La somma dei carichi permanenti è: $g = g_1 + g_2 + g_3 = 1.8 + 0.8 + 2.0 = 4.6\,\text{KN/m}^2$.

Lo schema statico per il calcolo delle sollecitazioni è quello di trave continua su tre appoggi.
La condizione di carico che massimizza il momento flettente in mezzeria della campata è quella in cui il carico permanente è uniformemente distribuito su entrambe le campate e il carico accidentale è uniformemente distribuito su una sola campata:

$$M^+_{max} = \frac{1}{14.3}0.5 \cdot gl^2 + \frac{1}{10.4}0.5 \cdot ql^2 = \frac{1}{14.3}0.5 \cdot 4.6 \cdot 5^2 + \frac{1}{10.4}0.5 \cdot 2.0 \cdot 5^2 = 6.423\,\text{KN m}.$$

Invece, la condizione di carico che massimizza il momento flettente all'appoggio intermedio è quella in cui sia il carico permanente che il carico accidentale sono uniformemente distribuiti su entrambe le campate.
Sull'appoggio intermedio si ha:

$$M^-_{min,1} = -\frac{1}{8}0.5 \cdot (g+q)l^2 = -\frac{1}{8}0.5 \cdot 6.6 \cdot 5.00^2 = -10.312\,\text{KN m}.$$

Poiché viene inserita una zona piena di 40 cm il minimo momento flettente al suo inizio è:

$$M^-_{min,2} = 0.375 \cdot 0.5 \cdot (g+q)lx - \frac{1}{2} \cdot 0.5 \cdot (g+q)x^2 = 0.375 \cdot 0.5 \cdot 6.6 \cdot 5 \cdot 4.45 - \frac{1}{2}0.5 \cdot 6.6 \cdot 4.45^2 = \\ = -5.139\,\text{KN m}.$$

<u>Armatura longitudinale in mezzeria:</u>

$$\alpha = \frac{h}{\sqrt{M/B}} = \frac{170}{\sqrt{6.423 \cdot 10^6/500}} = 1.499.$$

Dalle tabelle per il calcolo delle sezioni inflesse in c.a., si evince che ci si trova tra valori di $\alpha_{sup} = 1.511$ e $\alpha_{inf} = 1.482$.

La tensione nel calcestruzzo è compresa tra σ = 4.5 N/mm^2 e σ = 4.6 N/mm^2, valori entrambi inferiori alla tensione ammissibile del calcestruzzo (resistenza caratteristica Rck = 35 N/mm^2, σ_{amm} = 11.0 N/mm^2).
Dalle tabelle si evince inoltre che la distanza dell'asse neutro dal lembo compresso della sezione è compresa tra $y = kh = 0.209 \cdot 170 = 35.53\,\text{mm}$ e $y = 0.213 \cdot 170 = 36.21\,\text{mm}$. L'asse neutro risulta quindi interno alla soletta e l'ipotesi fatta per la determinazione di α è verificata.
Il coefficiente β viene ottenuto interpolando linearmente tra i valori $\beta_{inf} = 0.002790$ e $\beta_{sup} = 0.002848$. Si ha $\beta = 0.002814$. L'area minima di acciaio è:

$A_s = \beta\sqrt{M \cdot B} = 0.002814\sqrt{6.423 \cdot 10^6 \cdot 500} = 160\,\text{mm}^2$. Si dispongono 2 Φ 12 in mezzeria.

Armatura longitudinale sull'appoggio intermedio:

$$\alpha = \frac{h}{\sqrt{M/B}} = \frac{170}{\sqrt{10.312 \cdot 10^6 / 500}} = 1.184 .$$

Il coefficiente β è 0.003631 è la tensione nel calcestruzzo vale σ = 6.0 N/mm^2, valore inferiore alla tensione ammissibile (resistenza caratteristica Rck = 35 N/mm^2, σ_{amm} = 11.0 N/mm^2).
L'area minima di acciaio è:

$A_s = \beta\sqrt{M \cdot B} = 0.003631\sqrt{10.312 \cdot 10^6 \cdot 500} = 260\,\text{mm}^2$. Si dispongono 2 Φ 14.

Armatura longitudinale all'inizio della zona piena:

$$\alpha = \frac{h}{\sqrt{M/B}} = \frac{170}{\sqrt{5.139 \cdot 10^6 / 100}} = 0.749 .$$

Dalle tabelle per il calcolo delle sezioni inflesse in c.a., si evince che ci si trova tra valori di $\alpha_{sup} = 0.751$ e $\alpha_{inf} = 0.740$.
La tensione nel calcestruzzo è compresa tra σ = 10.6 N/mm^2 e σ = 10.8 N/mm^2, valori entrambi inferiori alla tensione ammissibile del calcestruzzo (resistenza caratteristica Rck = 35 N/mm^2, σ_{amm} = 11.0 N/mm^2).
Il coefficiente β è $\beta = 0.006009$. L'area minima di acciaio è:

$A_s = \beta\sqrt{M \cdot B} = 0.006009\sqrt{5.139 \cdot 10^6 \cdot 100} = 136\,\text{mm}^2$. Si dispongono 2 Φ 14.

Quesito 1.C

Il taglio massimo al di fuori della zona piena (0.55 m)si ottiene nella combinazione di carico con permanenti e accidentali agenti su entrambe le campate:

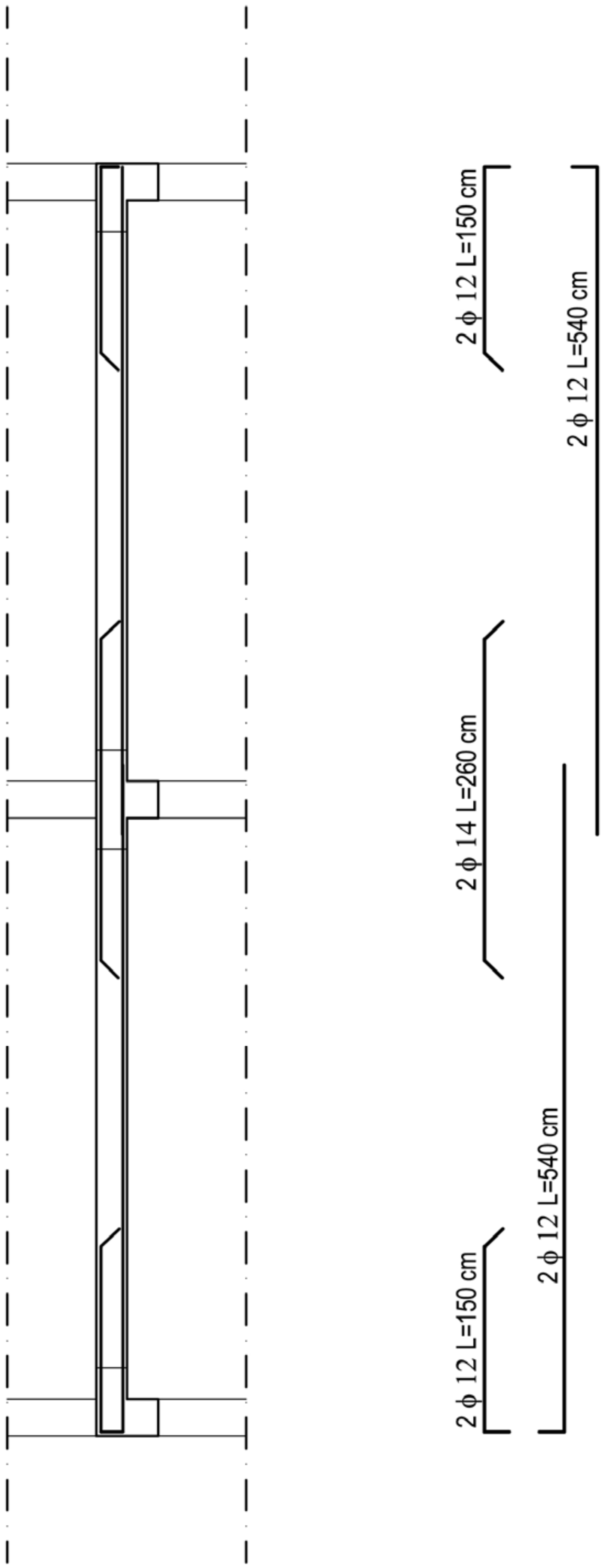
$$T = 0.375(g+q)l - (g+q)x = 0.375 \cdot 3.3 \cdot 5 - 3.3 \cdot 4.45 = -8.49\,\text{KN}.$$

La tensione tangenziale dovuta al taglio è:

$$\tau = \frac{T}{0.9 \cdot b \cdot h} = \frac{8490}{0.9 \cdot 100 \cdot 170} = 0.554\,\text{N/mm}^2 < \tau_{c0} = 0.66\,\text{N/mm}^2$$

per cui la sezione risulta verificata

Quesito 1.D


2 ϕ 12 L=150 cm
2 ϕ 12 L=540 cm
2 ϕ 14 L=260 cm
2 ϕ 12 L=540 cm
2 ϕ 12 L=150 cm

SOLUZIONE DELL'ESERCIZIO N. 2 – STATI LIMITE

Quesito 2.A

La tensione di calcolo dell'acciaio tipo Fe 510 è $f_d = 355\ N/mm^2$.
La lunghezza libera di inflessione l_0 vale:
$l_0 = 2 \cdot 4.0 = 8.0\ m$
Si utilizza un HEA 240 è: $A = 76.8\ cm^2$
Il raggio di inerzia minore della sezione vale: $\rho = 6.0\ cm$
La snellezza massima della colonna è pertanto: $\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{800}{6.0} = 134 < 200$:
La snellezza nella direzione della inflessione è invece: $\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{800}{10.1} = 79$
Utilizzando la curva riportata nel prospetto 7-IVc delle Istruzioni CNR 10011/88 si determina il valore di ω corrispondente alla snellezza dell'asta: $\omega = 3.97$
Pertanto si ha:

$$\sigma_s = \omega \frac{N_d}{A} + \frac{M_d}{\psi W\left(1 - \frac{N_d}{\sigma_{cr} \cdot A}\right)} = 3.97 \frac{1.5 \cdot 300 \cdot 10^3}{7680} + \frac{1.5 \cdot 25 \cdot 10^6}{1 \cdot 675 \cdot 10^3 \left(1 - \frac{1.5 \cdot 300 \cdot 10^3}{326 \cdot 7680}\right)} = 300\ N/mm^2 < f_d$$

La verifica risulta soddisfatta.

SOLUZIONE DELL'ESERCIZIO N. 2 – TENSIONI AMMISSIBILI

Quesito 2.A

La tensione ammissibile dell'acciaio tipo Fe 510 è $\sigma_{adm} = 240\ N/mm^2$.
La lunghezza libera di inflessione l_0 vale:
$l_0 = 2 \cdot 4.0 = 8.0\ m$
Si utilizza un HEA 240 è: $A = 76.8\ cm^2$
Il raggio di inerzia minore della sezione vale: $\rho = 6.0\ cm$
La snellezza massima della colonna è pertanto: $\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{800}{6.0} = 133 < 200$:
La snellezza nella direzione della inflessione è invece: $\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{800}{10.1} = 79$
Utilizzando la curva riportata nel prospetto 7-IVc delle Istruzioni CNR 10011/88 si determina il valore di ω corrispondente alla snellezza dell'asta: $\omega = 3.97$
Pertanto si ha:

$$\sigma_s = \omega \frac{N}{A} + \frac{M}{\psi W\left(1 - \frac{1.5 \cdot N}{\sigma_{cr} \cdot A}\right)} = 3.97 \frac{300 \cdot 10^3}{7680} + \frac{25 \cdot 10^6}{1 \cdot 675 \cdot 10^3 \left(1 - \frac{1.5 \cdot 300 \cdot 10^3}{326 \cdot 7680}\right)} = 200\ N/mm^2 < \sigma_{adm}$$

La verifica risulta soddisfatta.