PROVA SCRITTA DI TECNICA DELLE COSTRUZIONI DEL 29/09/2006(ESEMPIO)

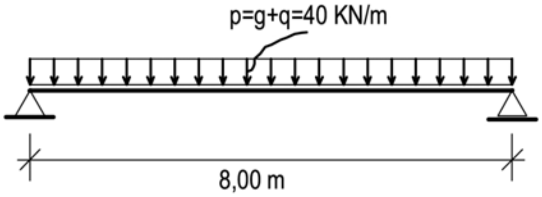
Esercizio n° 1

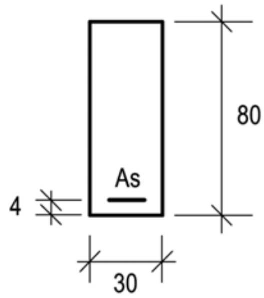
Sia data la trave appoggiata in figura, di luce l = 8,00 m, larghezza B = 30 cm e altezza H = 80 cm.
Il carico applicato, uniformemente distribuito, vale: p = g + q = 40 KN/m.

I materiali impiegati sono:

calcestruzzo: Rck=30 N/mm^2

acciaio: tipo FeB44K.





Nella ipotesi di semplice armatura:

1.A Determinare l’armatura longitudinale in mezzeria applicando il metodo delle Tensioni Ammissibili (T.A.);

1.B Determinare l’armatura longitudinale in mezzeria applicando il metodo agli Stati Limite (S.L.), assumendo per i carichi applicati il coefficiente parziale di sicurezza γ = 1,5 ;

1.C Determinare le armature a taglio (metodo delle T.A.);

1.D Determinare le armature a taglio (metodo agli S.L.);

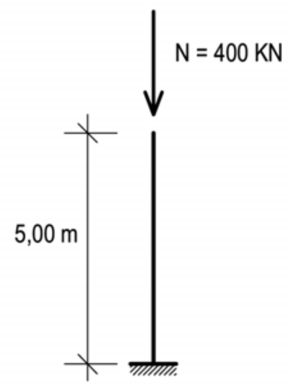
1.E Disegnare l’andamento delle armature longitudinali e trasversali (T.A. o S.L., a scelta del candidato).

Esercizio n° 2

Sia data una colonna di acciaio alta 5,00 m, incastrata alla base e libera in sommità.

Essa è realizzata in acciaio tipo Fe360, con un profilo HEA 280.

Il carico verticale ad essa applicato vale N = 400 KN.

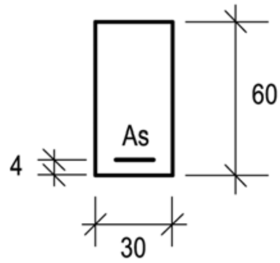


2.A Eseguire la verifica di sicurezza a compressione utilizzando, a scelta, il metodo delle T.A o agli S.L.;

2.B Determinare il carico massimo Nmax che può essere affidato alla colonna.

Esercizio n° 3

Sia data una sezione inflessa di c.a. avente larghezza B = 30 cm ed altezza H = 60 cm.
I materiali impiegati sono: calcestruzzo Rck=30 N/mm^2, acciaio tipo FeB44K.



Nella ipotesi di semplice armatura:

3.A Determinare l’area dell’armatura metallica oltre la quale si verifica rottura fragile;

3.B Determinare il valore massimo del momento flettente che essa può sopportare nel caso in cui l’armatura sia costituita da 8 Ø 16 (metodo delle T.A.) ;

3.C Determinare il valore ultimo del momento flettente nel caso in cui l’armatura sia costituita da 8 Ø 16 (metodo agli S.L.).

PROVA SCRITTA DI TECNICA DELLE COSTRUZIONI I E II DEL 29/09/2006

SOLUZIONE DELL'ESERCIZIO N. 1

Quesito 1.A

Il momento flettente in mezzeria della trave è: $M_{mezz} = \frac{pl^2}{8} = \frac{40 \cdot 8^2}{8} = 320\ kNm$

Si calcola:

$$\alpha = \frac{h}{\sqrt{\frac{M}{b}}} = \frac{760}{\sqrt{\frac{320 \cdot 10^6}{300}}} = 0.736$$

Dalle tabelle per il progetto condizionato delle armature per $\sigma_s = 255\ N / mm^2$, in corrispondenza di $\alpha = 0.736$, si ottiene un valore della tensione di compressione nel calcestruzzo pari a:

$\sigma_c > \bar{\sigma}_c = 9.75\ N / mm^2$.

La sezione va allora modificata aumentandone l'altezza in maniera adeguata. Essa può essere determinata mediante la formula:

$$h = \alpha \sqrt{\frac{M}{b}}$$

in cui, oltre ai dati già noti, occorre inserire α che dipende dalle caratteristiche dei materiali. Imponendo il raggiungimento delle tensioni ammissibili ed interpolando dalla tabella si ottiene $\alpha = 0.80025$. L'altezza utile minima vale allora:

$$h = \alpha \sqrt{\frac{M}{b}} = 0.80025 \sqrt{\frac{360 \cdot 10^6}{300}} = 826.5\ mm$$

Considerando il copriferro di 40 mm, l'altezza totale minima della trave risulta pari a 866.5 mm. Arrotondando al primo multiplo di 50 mm superiore si fissa l'altezza totale della sezione a 900 mm.

Il coefficiente α relativo a tale nuova altezza vale:

$$\alpha = \frac{h}{\sqrt{\frac{M}{b}}} = \frac{860}{\sqrt{\frac{320 \cdot 10^6}{300}}} = 0.833$$

Il coefficiente β può essere ricavato dalle stesse tabelle interpolando. Si ottiene $\beta = 0.005333$.

Il quantitativo corrispondente di armatura è allora pari a:

$$A_s = \beta \sqrt{Mb} = 0.005333 \cdot \sqrt{360 \cdot 10^6 \cdot 300} = 1652\ mm^2$$

Quesito 1.B

Il momento flettente di calcolo in mezzeria è: $M_{d,mezz} = \gamma \dfrac{pl^2}{8} = 1.5 \dfrac{40 \cdot 8^2}{8} = 480\ kNm$

Si ipotizza che il collasso avvenga con deformazione massima del calcestruzzo al 3.5‰ ed acciaio snervato (campo di rottura 3). Il coefficiente α per il progetto condizionato delle armature vale:

$$\alpha = \frac{h}{\sqrt{\dfrac{M_d}{b}}} = \frac{760}{\sqrt{\dfrac{480 \cdot 10^6}{300}}} = 0.601$$

Interpolando dalle tabelle per il progetto condizionate delle armature per $f_y = 430\ N/mm^2$ e $R_{ck} = 30\ N/mm^2$, in corrispondenza di $\alpha = 0.601$ si un valore della deformazione dell'acciaio teso pari al 8.37‰ < 10‰ ed un valore del coefficiente $\beta = 0.005074$.

Il quantitativo corrispondente di armatura è allora pari a:

$$A_s = \beta \sqrt{M_d b} = 0.005044 \cdot \sqrt{480 \cdot 10^6 \cdot 300} = 1925\ mm^2$$

Quesito 1.C

Si calcola no innanzitutto i valori delle tensioni di riferimento per il taglio:

$$\tau_{c0} = 0.4 + \frac{R_{ck} - 15}{75} = 0.60\ N/mm^2$$

$$\tau_{c1} = 1.4 + \frac{R_{ck} - 15}{35} = 1.82\ N/mm^2$$

Il taglio all'appoggio è: $T_{app} = \dfrac{pl}{2} = \dfrac{40 \cdot 8}{2} = 160\ kN$

$$\tau = \frac{T}{0.9bh} = \frac{160 \cdot 10^3}{0.9 \cdot 300 \cdot 860} = 0.698\ N/mm^2$$

Risulta $\tau_{c0} < \tau < \tau_{c1}$.

La sezione è ben dimensionata ma occorre calcolare l'armatura a taglio.

Si suppone di voler utilizzare staffe di diametro 8 mm a due braccia. In tal caso il passo massimo delle staffe in corrispondenza dell'appoggio sarà pari a:

$$s_{st} = \frac{A_{st} \cdot \bar{\sigma}_s \cdot 0.9 \cdot h}{T} = \frac{50.2 \cdot 255 \cdot 0.9 \cdot 860}{160 \cdot 10^3} = 123.8\ mm$$

Si dispongono quindi all'appoggio staffe ϕ8/120 mm.

Quesito 1.D

IL taglio di calcolo all'appoggio è: $V_{Sdu} = \gamma \dfrac{pl}{2} = 1.5 \dfrac{40 \cdot 8}{2} = 240\ kN$

Verifica delle bielle di calcestruzzo compresse

$$V_{Rdu} = 0.30 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d = 0.30 \cdot \frac{0.83 \cdot 30}{1.6} \cdot 300 \cdot 760 \cdot 10^{-3} = 1064.5\ kN$$

Essendo $V_{Sdu} < V_{Rdu}$ la verifica risulta soddisfatta.

Progetto dell'armatura trasversale

Deve risultare:

$$V_{Sdu} < V_{cd} + V_{wd}$$

in cui $V_{cd} = 0.60 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d \cdot \delta = 0.60 \cdot 1.14 \cdot 300 \cdot 760 \cdot 1 \cdot 10^{-3} = 155.95\ kN$

avendo assunto: $f_{ctd} = \dfrac{f_{ctk}}{\gamma_c} = \dfrac{0.7 \cdot 0.27 \cdot \sqrt[3]{Rck^2}}{1.6} = 1.14\ N/mm^2$

$\delta = 1$

La parte del taglio non assorbita dalle bielle di calcestruzzo deve essere affidata alle armature trasversali. Essa vale quindi:

$$V_{wd} = V_{Sdu} - V_{cd} = 240 - 155.95 = 84.05\ kN$$

Il D.M. 09.01.1996 impone, però, che la resistenza di calcolo dell'armatura d'anima non sia comunque inferiore alla metà del taglio di calcolo.

Poiché $V_{Sdu}/2 = 120\ kN > \left(V_{Sdu} - V_{cd}\right) = 240 - 155.95 = 84.05\ kN$

dovrà essere $V_{wd} > 120\ kN$

Nell'ipotesi di utilizzare soltanto staffe ed assumendo una inclinazione delle bielle calcestruzzo di 45°, la aliquota di sollecitazione tagliante portata dalle armature trasversali è pari a:

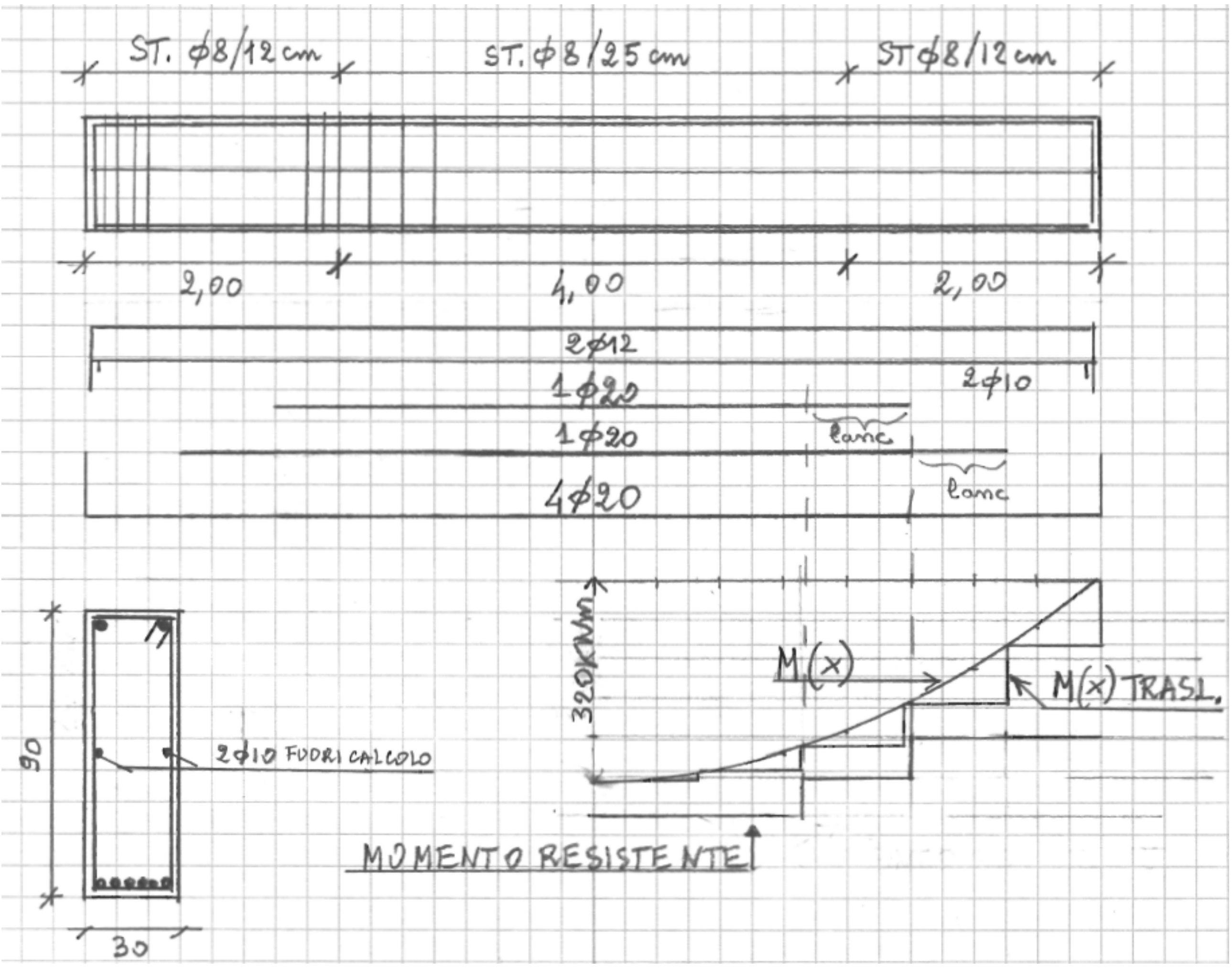
$$V_{wd} = A_{sw} \cdot f_{ywd} \frac{0.90d}{s}\left(\sin\alpha + \cos\alpha\right)$$

Si suppone di voler utilizzare staffe di diametro 8 mm a due braccia. In tal caso il passo massimo delle staffe in corrispondenza dell'appoggio sarà pari a:

$$s = A_{sw} \cdot f_{ywd} \frac{0.90d}{V_{wd}}\left(\sin\alpha + \cos\alpha\right) = 2 \cdot 50.2 \cdot \frac{430}{1.15} \frac{0.90 \cdot 760}{120 \cdot 10^3}\left(\sin 90 + \cos 90\right) = 213\ mm$$

Si dispongono quindi all'appoggio staffe ϕ8/210 mm.

Quesito 1.E



ST. ϕ8/12 cm
ST. ϕ8/25 cm
ST ϕ8/12 cm
2,00
4,00
2,00
2ϕ12
2ϕ10
1ϕ20
1ϕ20
4ϕ20
lanc
lanc
90
30
2ϕ10 FUORI CALCOLO
320KNm
M(x)
M(x) TRASL.
MOMENTO RESISTENTE

SOLUZIONE DELL'ESERCIZIO N. 2

La tensione ammissibile dell'acciaio tipo Fe 360 è $\sigma_{adm} = 160\ N/mm^2$ mentre la resistenza di calcolo vale $f_d = 235\ N/mm^2$.

La lunghezza libera di inflessione l_0 vale:

$$l_0 = 2 \cdot 5.0 = 10.0\ m$$

L'area del profilato HEA 280 è: $A = 97.3\ cm^2$

Il raggio di inerzia minore della sezione vale: $i = 7.0\ cm$

La snellezza della colonna è pertanto: $\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{1000}{7.0} = 143$

Quesito 2.A

Si applica il metodo delle tensioni ammissibili.
Utilizzando la curva riportata nel prospetto 7-IIc delle Istruzioni CNR 10011/88 si determina il valore di ω corrispondente alla snellezza dell'asta: $\omega = 3.21$

Pertanto si ha:

$$\sigma = \omega \frac{N}{A} = 3.21 \frac{400 \cdot 10^3}{9730} = 132.0\ N/mm^2 < \sigma_{adm}$$

La verifica risulta pertanto soddisfatta.

Nel caso di applicazione del metodo agli Stati Limite si ha:

Sforzo normale di calcolo: $N_d = \gamma \cdot N = 1.5 \cdot 400 = 600\ kN$

$$\sigma = \omega \frac{N_d}{A} = 3.21 \frac{600 \cdot 10^3}{9730} = 198.0\ N/mm^2 < f_d$$

La verifica risulta pertanto soddisfatta.

Quesito 2.B

Si applica il metodo delle tensioni ammissibili. Utilizzando i risultati del punto 2.A si ha:

$$N_{max} = \frac{160}{132} \cdot 400 = 484.85\ kN$$

Con il metodo degli stati limite si ha:

$N_{d,max} = \frac{235}{198} \cdot 600 = 712.12\ kN$ cui corrisponde $N_{max} = \frac{712.12}{1.5} = 474.75\ kN$

SOLUZIONE DELL'ESERCIZIO N. 3

Le tensioni ammissibili del calcestruzzo e dell'acciaio sono:

$$\bar{\sigma}_c = 6 + \frac{30-15}{4} = 9.75\ N/mm^2$$
$$\bar{\sigma}_s = 255\ N/mm^2$$

La tensione caratteristica di snervamento dell'acciaio è: $f_{yk} = 430\ N/mm^2$.

Quesito 3.A

L'area critica di acciaio (per la rottura fragile) si determina considerando la condizione di rottura bilanciata ($\varepsilon_c = 3.5$ *per mille* , $\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yk}}{1.15\,x\,E}$).

$$\varepsilon_{yd} = \frac{430}{1.15\,x\,206000} = 1{,}82\ per\ mille$$

La posizione dell'asse neutro è:

$$y_{AN} = \frac{3.5}{3.5+1.82}\,x\,56 = 0.658\,x\,56 = 36.84\,cm$$

La risultante delle tensioni di compressione nel calcestruzzo vale:

$$C = 0.81x0.85x\frac{0.83x30}{1.6}x300x368.4x10^{-3} = 1184.20\,KN$$

Per l'equilibrio alla traslazione (C=T), l'area d'acciaio è:

$$A_{bil} = \frac{1184.20\,x\,10^3}{\frac{430}{1.15}} = 3167\,mm^2$$

Che corrisponde ad una percentuale di armatura: $\mu = \frac{3167}{300\,x\,560}x100 = 1.89$ %

Quesito 3.B

Si determina innanzitutto la posizione dell'asse neutro, y:

$$y = -\frac{15x15.7}{30} + \frac{1}{30}\sqrt{15^2\,x15.7^2 + 2x30x15x56x15.7} = 22.82\,cm$$

Si calcola quindi il momento d'inerzia della sezione omogeneizzata:

$$J_{id} = \frac{1}{3}x30x22.82^3 + 15x15.7x\left(56-22.82\right)^2 = 378101\,cm^4$$

Il momento flettente che produce la tensione ammissibile nel calcestruzzo è:

$$M_c = \frac{J_{id}\, \bar{\sigma}_c}{y} = \frac{378101 x 10^4 x 9.75}{22.82\, x 10} x 10^{-6} = 161.55\ KNm$$

Il momento flettente che produce la tensione ammissibile nell'acciaio è:

$$M_s = \frac{J_{id}\, \bar{\sigma}_s}{n(h-y)} = \frac{378101 x 10^4 x 255}{15\, x (56 - 22.82)\, x 10} x 10^{-6} = 193.72\ KNm$$

Il momento flettente massimo che la sezione può sopportare è pari al più piccolo dei due valori precedenti e vale quindi:

$$M_{\max} = 161.55\ KNm$$

Quesito 3.C

Poiché il quantitativo di armatura è minore di quello critico (armatura bilanciata), l'acciaio è snervato e fornisce una risultante di trazione pari a:

$$T = 15.7\, x 10^2\, x \frac{430}{1.15} = 587043\ N$$

Si suppone che la deformazione unitaria massima del calcestruzzo sia compresa tra 0 e 3.5 per mille.
Supponiamo, inoltre, in via approssimata, che il diagramma delle tensioni di compressione sia un rettangolo ai altezza 0.8 y e base $\sigma_{c,ult}$.
Si ha allora:

$$C = 0.80 x 0.85 x \frac{0.83 x 30 x 10}{1.6} x 300\ y = 587043\, N$$ (C = T per l'equilibrio alla traslazione)

$$3174.75\, y = 587043$$

y = 184.9 mm

Il braccio delle forze interne è:

$$z = h - \frac{0.80\, y}{2} = 56 - 0.4\, x 18.49 = 48.60\ cm$$

E quindi:

$$M = Tz = 587043\, x 48.60\ x 10\, x 10^{-6} = 285.30\, KNm$$

Cui corrisponde il momento massimo di servizio: $M_{serv,\max} = \dfrac{285.30}{1.5} = 190.20\ KNm$